



**UNIVERSITÀ LUISS**  
**GUIDO CARLI**  
Roma

et



**UNIVERSITÉ PARIS 13**  
Paris

Tesi in cotutela per il conseguimento  
del titolo di  
**“DOTTORE DI RICERCA”**  
dell' **Università LUISS**  
**GUIDO CARLI**  
Indirizzo : **Metodi Matematici per**  
**l'Economia, l'Azienda, la Finanza**  
**e le Assicurazioni.**

Thèse en cotutelle pour l'obtention  
du grade de  
**“DOCTEUR”**  
de l'**Université de PARIS 13**

Discipline : **Mathématiques**

Presentata e Sostenuta pubblicamente  
da

Présenté et soutenue publiquement  
par

**Mirko Stefano MEGA**

---

**Modelling and Pricing communication networks services in  
Markets for Bandwidth**

---

Direttore di Tesi  
Marco ISOPI  
Università degli Studi di Roma  
“La Sapienza”

Co-Directeur de Thèse  
Francesco RUSSO  
Université de Paris 13

## **Titolo : Modellizzazione e Prezzaggio di servizi su reti di comunicazioni nei Mercati per le Ampiezze di Banda**

**Riassunto :** L'oggetto di questa tesi di dottorato è la modellizzazione e il prezzaggio dei servizi su reti di comunicazioni nei mercati per le ampiezze di banda e nello specifico, servizi di connessione tra due o più posizioni geografiche sotto determinate condizioni della Qualità del Servizio. Dapprima, viene fatto vedere come la topologia della rete induce nuove forme di opportunità di arbitraggio, come l'arbitraggio geografico, e come questo si ripercuote sulle strategie di copertura. Viene proposta una soluzione basata su di un criterio di minimizzazione del rischio, sia al problema del prezzaggio che della copertura sulla topologia più semplice, il triangolo. Questi risultati vengono quindi applicati a vari processi di prezzo che vanno dal semplice modello Cox-Ross-Rubinstein al più complesso Moto Browniano Geometrico (GBM). Vengono brevemente discussi possibili sviluppi futuri verso modelli di prezzo che includono gli spikes, tipici dei beni non immagazzinabili. In secondo luogo, vengono gettate le fondamenta per un'estensione realistica di tali risultati dalla topologia del triangolo ad una più complessa. Inoltre, vengono derivate stime per la funzione di correlazione tra le attività di traffico su percorsi distanti. In particolare, viene trovato un limite superiore alla velocità di decadimento esponenziale della funzione di correlazione a due punti. Successivamente, l'analisi si sposta sui dati reali. La dinamica dei prezzi di diversi contratti forward viene legata a quella dell'andamento temporale del prezzo di un contratto forward con scadenza fissa. Vengono poi stimati i parametri della serie storica dei prezzi "pulita" dagli spikes tramite una tecnica di variazione troncata degli incrementi. Infine, viene proposto e simulato un semplice modello per il processo dei prezzi, composto da un GBM con spikes Poissoniani.

## **Titre : Modélisation et valorisation d'instruments financiers dans le marché des télécommunications**

**Résumé :** L'objet de cette thèse est la modélisation et la valorisation des services relatifs aux réseaux de télécommunications dans les marchés de largeurs de bande, en particulier entre deux ou plusieurs positions géographiques, sous certaines conditions de qualité du service. D'abord, nous montrons comment la topologie du réseau induit de nouvelles opportunités d'arbitrage, comme l'arbitrage géographique, et quelles sont les conséquences sur les stratégies de couverture. Nous proposons une solution basée sur un critère de minimisation du risque, aussi bien dans la valorisation que dans la couverture avec la topologie la plus simple, c'est à dire le triangle. Ces résultats sont appliqués à plusieurs processus décrivant le prix, allant du simple modèle de Cox-Ross-Rubinstein au plus compliqué mouvement brownien géométrique (MBG). Nous discutons brièvement des développements futurs possibles vers des modèles de prix qui incluent des "spikes", phénomènes typiques liés aux biens non stockables. Deuxièmement, nous posons les bases pour une généralisation de tels résultats de la topologie du triangle à une plus compliqué. Nous dérivons également des estimations de la fonction de corrélation entre des activités de trafic sur des parcours distants. En particulier nous déterminons une borne supérieure à la vitesse de décroissance exponentielle de la fonction de corrélation à deux points. En suite, l'analyse se concentre sur les données réelles. La dynamique des prix de plusieurs

contrats à terme (“forward”) est liée à celle de l’allure dans le temps du prix d’un “forward” à échéance fixe. Nous estimons les paramètres de la série temporelle des prix nettoyée des “spikes”, par une technique de variation tronquée des incréments. En conclusion, nous proposons et simulons un modèle simple pour le processus des prix, composé d’un MBG et des “spikes” poissonniens.

**Title : Modelling and Pricing communication networks services in Markets for Bandwidth**

**Abstract :** The subject of this thesis is pricing and modelling of communication network services in bandwidth markets, more precisely connections between two or more geographical locations, subject to a certain Quality of Service requirements. First, it is shown how network topology leads to additional arbitrage opportunities, like the so called network or geographical arbitrage, and how it influences hedging strategies. A solution to such a pricing problem is proposed on the simplest bandwidth topology, the triangle network, both for pricing and hedging strategy based on a risk-minimization criteria. Such solution is then applied to various underlying price processes, from a Cox-Ross-Rubinstein type model to a more complex Geometric Brownian Motion (GBM). Future developments for price models including spikes as typical features of non-storable commodities are then discussed. Second, the foundations for a realistic extension of results found in triangle networks to a global telecommunication network are laid. In addition, estimates for the correlation function between traffic activities on distant routes are derived. More precisely, it is found an upper bound for the exponential decay rate of space and time two-point correlation functions. Lastly, the analysis moves to real data. The dynamics of different forward contract prices are linked with a price process dynamics for a forward contract with fixed maturity. Subsequently, a truncated increments variation technique is used to detect and remove spike prices from real data, in order to estimate parameter values for a GBM process. Then a simple model for the price process, consisting of a GBM with Poissonian spikes, is proposed and simulated in order to mimic the empirical data.